

Σύντομη Επανάληψη

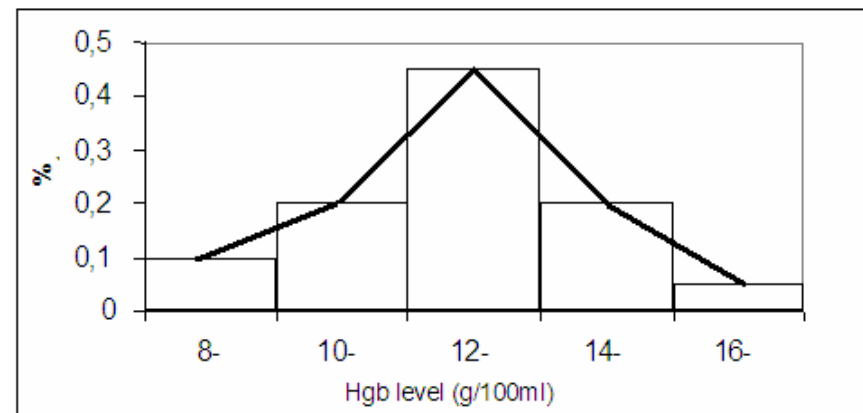
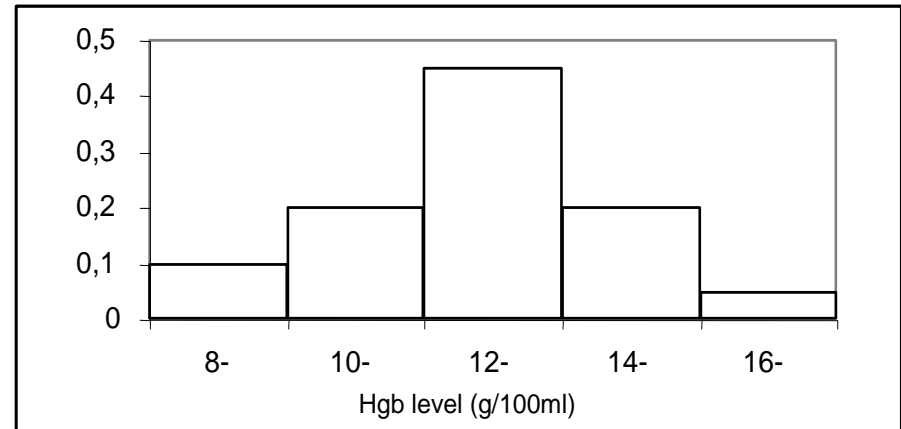
Ιστόγραμμα

Το ιστόγραμμα περιγράφει την κατανομή των συχνοτήτων μιας ποσοτικής μεταβλητής Το ιστόγραμμα

Παράδειγμα: Τα επίπεδα αιμοσφαιρίνης (g/100ml) 20 γυναικών έχουν μετρηθεί και είναι:

Hgb levels	
8,8	12,9
9,3	12,9
10,5	12,9
10,6	13,3
11,1	13,4
11,4	14,5
12	14,6
12	14,6
12,1	15,1
12,1	16,1

Hgb	Frequency	Proportion
8-	2	0,1
10-	4	0,2
12-	9	0,45
14-	4	0,2
16-	1	0,05
Σύνολο	20	



Μέση τιμή

Παράδειγμα: Οι όγκοι πλάσματος (x) από 8 υγιείς ενήλικες άνδρες είναι:

2.75, 2.86, 3.37, 2.76, 2.62, 3.49, 3.05, 3.12 lt

$x_1=2.75, x_2=2.86, x_3=3.37, x_4=2.76, x_5=2.62, x_6=3.49, x_7=3.05, x_8=3.12$

Το άθροισμα των τιμών είναι:

$$\begin{aligned}\Sigma x &= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = \\ &= 2.75 + 2.86 + 3.37 + 2.76 + 2.62 + 3.49 + 3.05 + 3.12 = 24.02,\end{aligned}$$

ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι: $n=8$

οπότε η μέση τιμή είναι:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \Sigma x / n = \\ &= 2.75 + 2.86 + 3.37 + 2.76 + 2.62 + 3.49 + 3.05 + 3.12 / 8 = \\ &= 24.02 / 8 = 3.00\end{aligned}$$

Διακύμανση(s^2) (variance)

Ο πιο κατάλληλος τρόπος να μετρηθεί η διασπορά των δεδομένων είναι η διακύμανση, που δείχνει πώς κατανέμονται η τιμές γύρω από τη μέση τιμή.

Το άθροισμα των τετραγωνικών αποστάσεων διαιρείται με $(n-1)$ αντί με n γιατί έτσι πληρώνουμε ένα πρόστιμο που έχουμε μικρά δείγματα (μικρές κλινικές μελέτες).

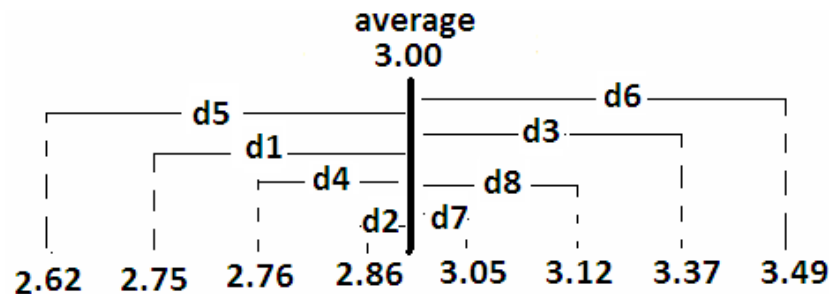
Το $(n-1)$ ονομάζεται βαθμοί ελευθερίας (β.ε.).

Παράδειγμα: Οι όγκοι πλάσματος x από 8 υγιείς ενήλικες άνδρες είναι:

2.75, 2.86, 3.37, 2.76, 2.62, 3.49, 3.05, 3.12 lt ή

$x_1=2.75, x_2=2.86, x_3=3.37, x_4=2.76, x_5=2.62, x_6=3.49, x_7=3.05, x_8=3.12$

$\beta.ε. = n-1=8-1=7$



Διακύμανση = $s^2 = \Sigma(x - \bar{x})^2 / (n-1) =$

$\{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + (x_4 - \bar{x})^2 + (x_5 - \bar{x})^2 + (x_6 - \bar{x})^2 + (x_7 - \bar{x})^2 + (x_8 - \bar{x})^2\} / (n-1) =$

$(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + d_6^2 + d_7^2 + d_8^2) / (n-1) =$

$\{(2.75-3)^2 + (2.86-3)^2 + (3.37-3)^2 + (2.76-3)^2 + (2.62-3)^2 + (3.49-3)^2 + (3.05-3)^2 + (3.12-3)^2\} / (8-1) =$

0.0961

Τυπικό σφάλμα

- Η ποσότητα s/\sqrt{n} λέγεται **τυπικό σφάλμα** της μέσης τιμής (**SE**) του δείγματος και **μετρά πόσο καλά η μέση τιμή του πληθυσμού εκτιμάται από τη μέση τιμή του δείγματος**
- Το SE είναι συνάρτηση της **διακύμανσης** και του **μεγέθους του δείγματος** (ή της κλινικής μελέτης)
- Ένα μεγάλο δείγμα με **μικρή διακύμανση** παράγει **μικρό σφάλμα**

t-test για ζευγαρωτές παρατηρήσεις

Όταν οι παρατηρήσεις από ένα δείγμα είναι ζευγάρια με τις παρατηρήσεις ενός άλλου δείγματος τότε για να ελέγξουμε αν υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο δειγμάτων χρησιμοποιείται το t-test για ζευγαρωτές παρατηρήσεις.

Παράδειγμα: Σε μία κλινική μελέτη για να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα ενός υπνωτικού φαρμάκου, παρατηρήθηκε η διάρκεια του ύπνου (hrs) σε 10 ασθενείς σε ένα βράδυ μετά τη χορήγηση του φαρμάκου και σε ένα άλλο βράδυ μετά τη χορήγηση εικονικού φαρμάκου (placebo). Τα ποτελέσματα ήταν:

Ασθενής	φάρμακο	placebo
1	6.1	5.2
2	7.0	7.9
3	8.2	3.9
4	7.6	4.7
5	6.5	5.3
6	8.4	5.4
7	6.9	4.2
8	6.7	6.1
9	7.4	3.8
10	5.8	6.3

Ασθενής	φάρμακο	placebo	διαφορά
1	6.1	5.2	0.9
2	7.0	7.9	-0.9
3	8.2	3.9	4.3
4	7.6	4.7	2.9
5	6.5	5.3	1.2
6	8.4	5.4	3.0
7	6.9	4.2	2.7
8	6.7	6.1	0.6
9	7.4	3.8	3.6
10	5.8	6.3	-0.5
Μέση τιμή			1.78

Κατά μέσο όρο το φάρμακο βελτιώνει τον ύπνο 1.78hrs, τιμή που είναι αρκετά μεγαλύτερη από το μηδέν.

Ασθενής φάρμακο	placebo	διαφορά	
1	6.1	5.2	0.9
2	7.0	7.9	-0.9
3	8.2	3.9	4.3
4	7.6	4.7	2.9
5	6.5	5.3	1.2
6	8.4	5.4	3.0
7	6.9	4.2	2.7
8	6.7	6.1	0.6
9	7.4	3.8	3.6
10	5.8	6.3	-0.5
Μέση τιμή (\bar{x})			1.78
N			10
Τυπική Απόκλιση (SD, s)			1.77
Τυπικό Σφάλμα ($SE=s/\sqrt{n}$)			0.56

Όμως, τα δεδομένα (οι διαφορές) έχουν μεταβλητότητα (από -0.9 έως 4.3) και η μελέτη είναι μικρή (n=10)

Με τι σιγουριά μπορώ να ισχυριστώ ότι το 1.78 είναι σημαντικό, δηλ. ότι δεν είναι τυχαίο και συνεπώς, είναι διαφορετικό από το 0?

Για να ελέγξουμε ότι η μέση βελτίωση του ύπνου είναι 1.78hrs είναι σημαντική, πρέπει να λάβουμε υπόψη την μεταβλητότητα των δεδομένων (δηλ. την τυπική απόκλιση, s ή SD) και το μέγεθος της μελέτης, δηλ. το τυπικό σφάλμα (SE) της μέσης τιμής.

Συνεπώς, ελέγχουμε αν η μέση τιμή 1.78 είναι σημαντική (δηλ. αν διαφέρει από το 0 ή ότι δεν είναι τυχαία) χρησιμοποιώντας το **t-test**:

$$t = (\text{μέση τιμή των διαφορών}) / (\text{τυπικό σφάλμα})$$

t=(μέση τιμή των διαφορών) / (τυπικό σφάλμα)

$$t = \bar{X} / se$$

Τότε $\bar{X}=1.78$,

s=1.77,

n=10 και

$$se = s/\sqrt{n} = 0.56.$$

Οπότε $t= 1.78 / 0.56 = 3.18$

(αν το πρόσημο είναι αρνητικό τότε αγνοείται).

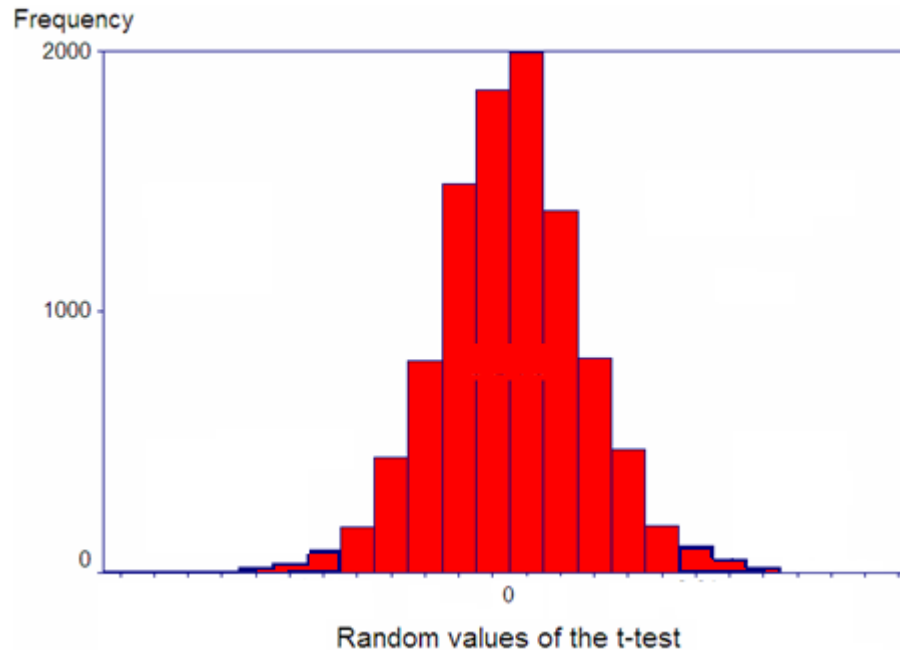
$$t = 1.78 / 0.56 = 3.18$$

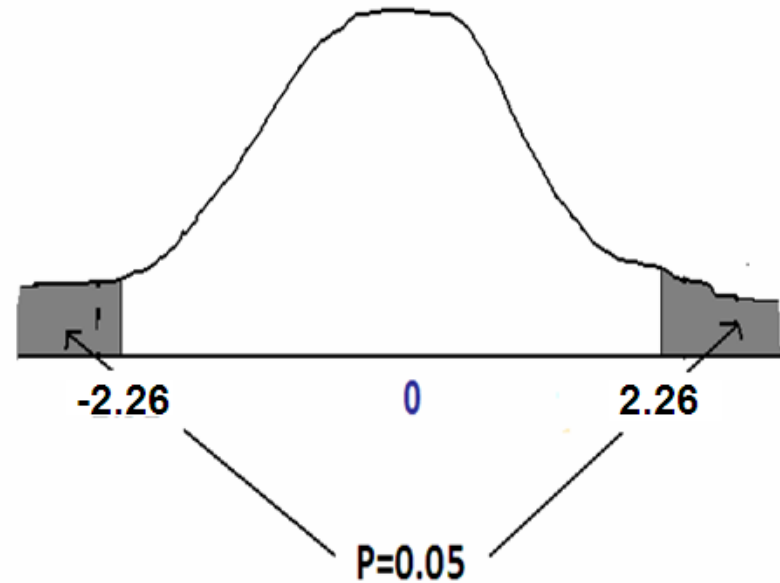
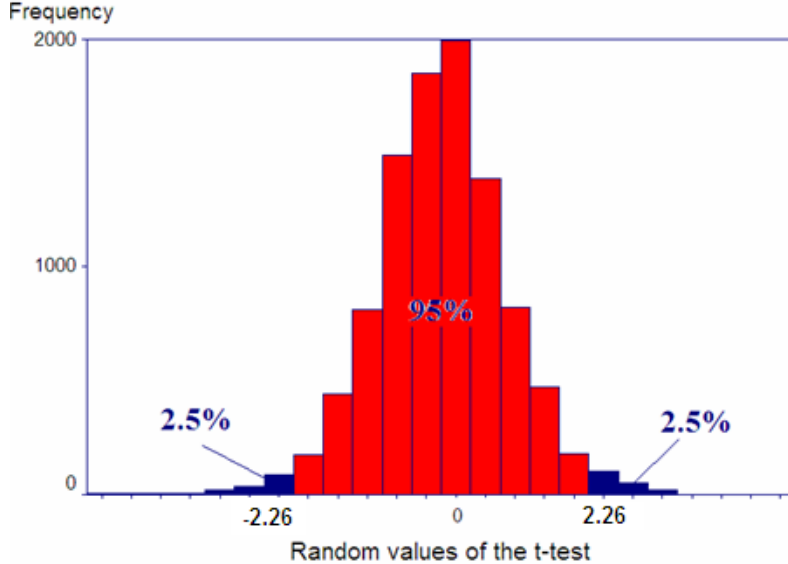
Τώρα έχουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα: είναι η τιμή $t=3.18$ **σημαντική** (significant) (δηλ. **όχι τυχαία**), και συνεπώς, **μακριά από το 0**?

Αν το $t=3.18$ είναι σημαντικό σημαίνει ότι η μέση τιμή 1.78 λαμβάνοντας υπόψη την μεταβλητότητα και το μέγεθος των δεδομένων (δηλ. το **SE**), είναι σημαντική, δηλαδή όχι τυχαία και συνεπώς διαφορετική από το μηδέν.

Ελέγχουμε αν η τιμή $t=3.18$ είναι **τυχαία** ή όχι με τον εξής τρόπο:

Αν επαναλάβουμε (**προσομοιώσουμε**) με **τυχαίο** τρόπο την μελέτη **10000 φορές** (πχ ανακατεύοντας τυχαία τα νούμερα) και υπολογίσουμε κάθε φορά το t-test, τότε η κατανομή (η καμπύλη συχνοτήτων) των t-tests είναι η ακόλουθη (η **t-κατανομή**):

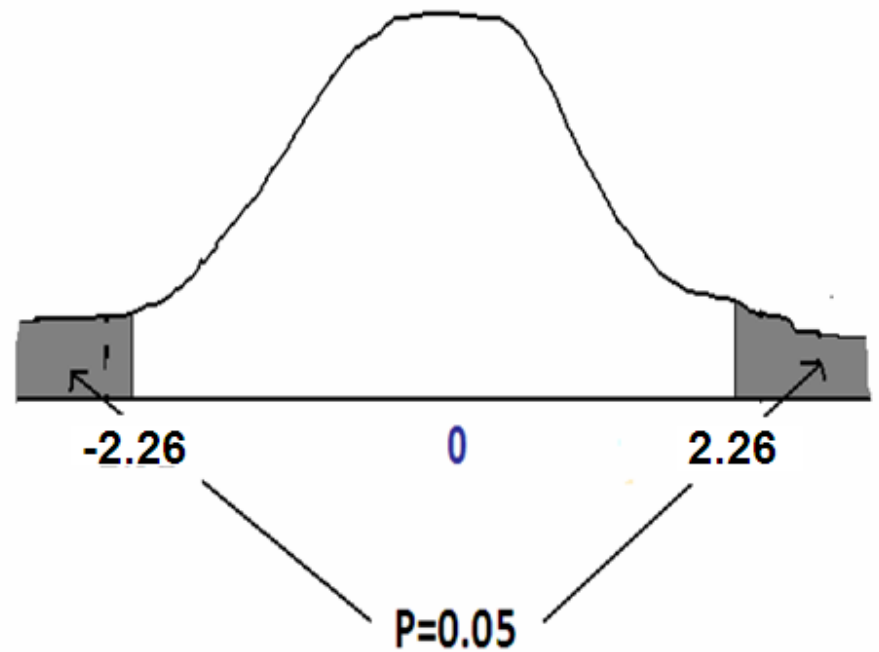
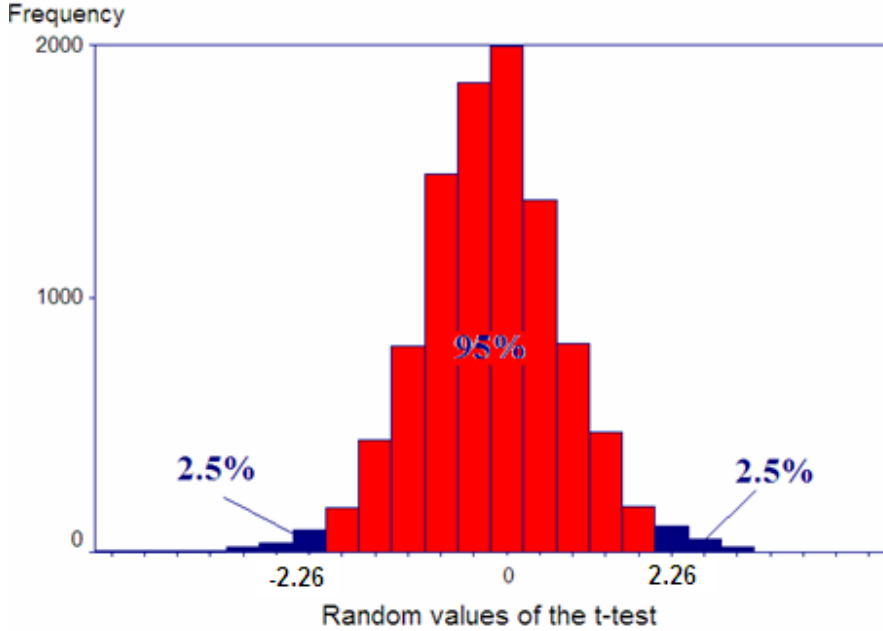




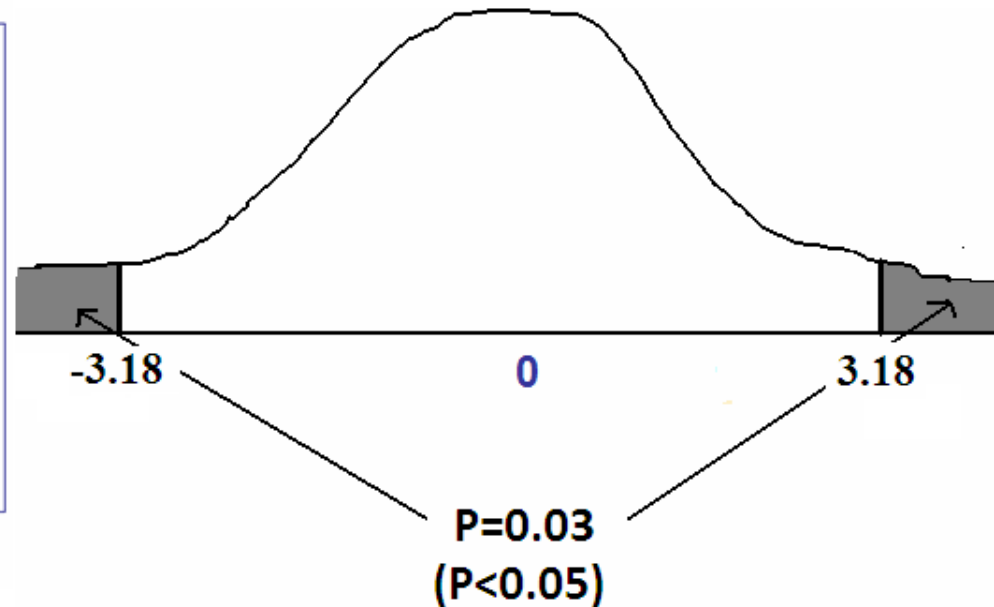
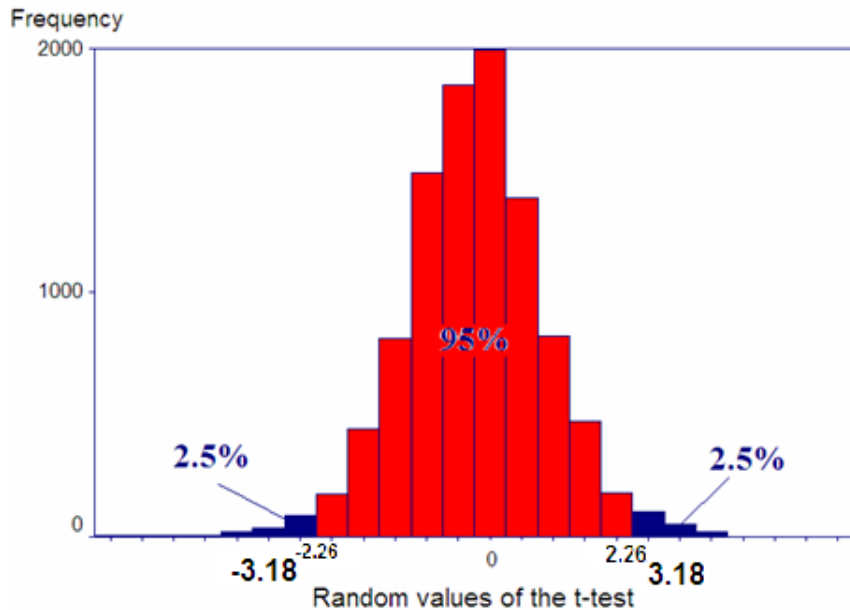
Τότε, θα δούμε ότι το **95%** των **τυχαίων t-tests** είναι μεταξύ των τιμών **-2.26** και **2.26**.

Οπότε, το **ποσοστό της κατανομής** (δηλ. των τυχαίων t-tests) που είναι **μεγαλύτερο από 2.26** (ή **μικρότερο από -2.26**) είναι **5%** (P-value, $P=0.05$).

Το **2.26** είναι το **όριο (cut-off)** στην ιατρική/κλινική έρευνα για να συμπεράνουμε **σημαντικότητα**, δηλ. ότι η τιμή του t-test διαφέρει από το 0.

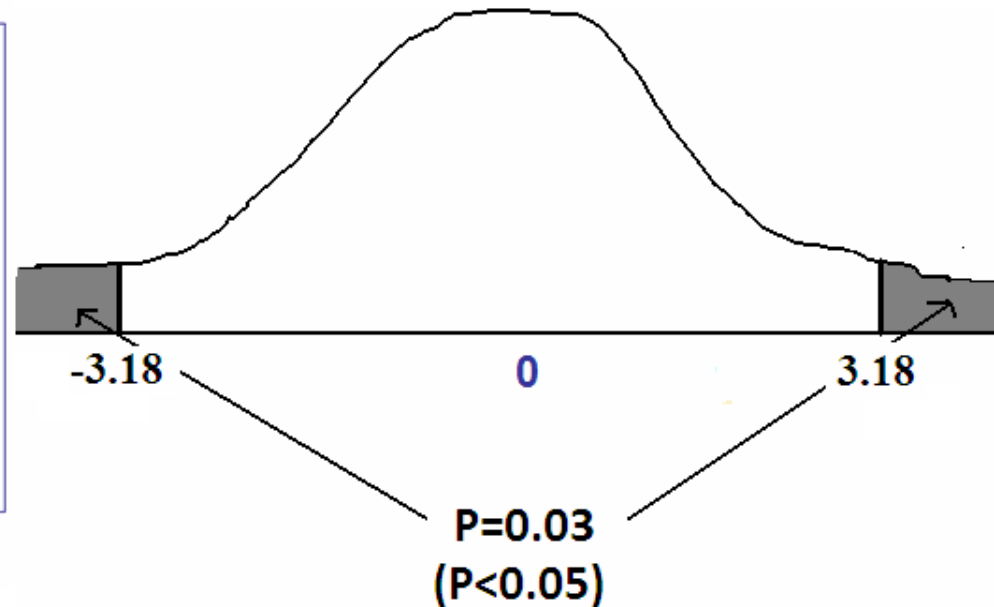
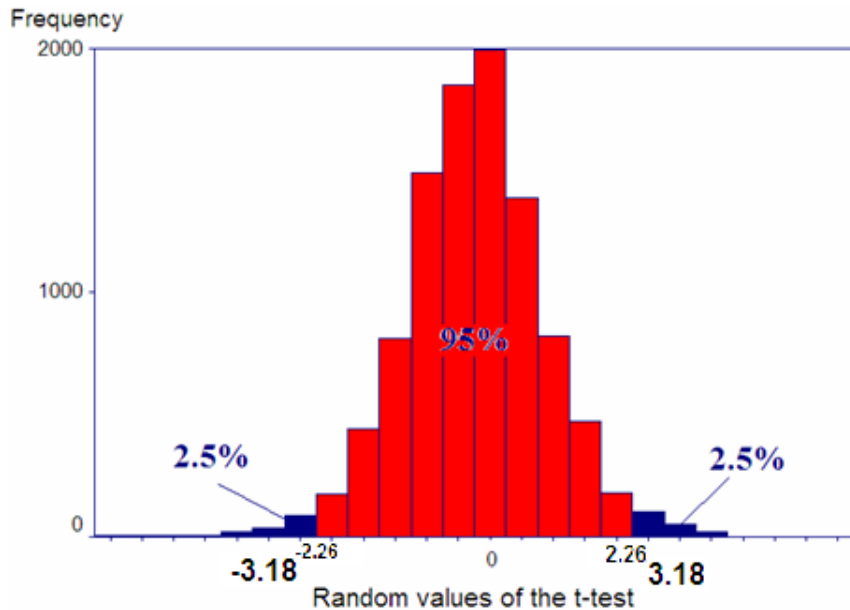


Το 2.26 λέγεται 5% σημείο της t-κατανομής για $n-1=10-1=9$ df



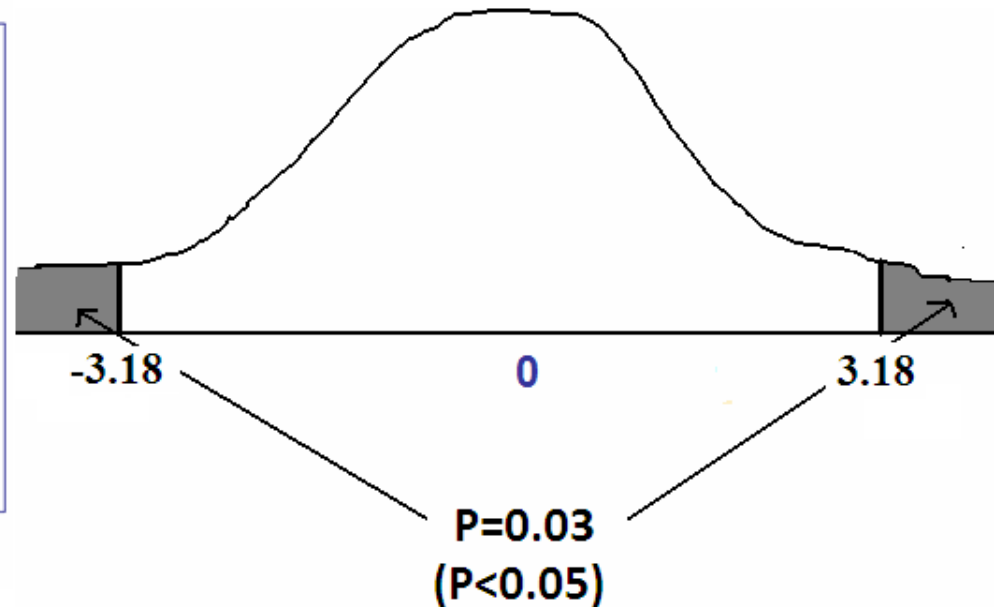
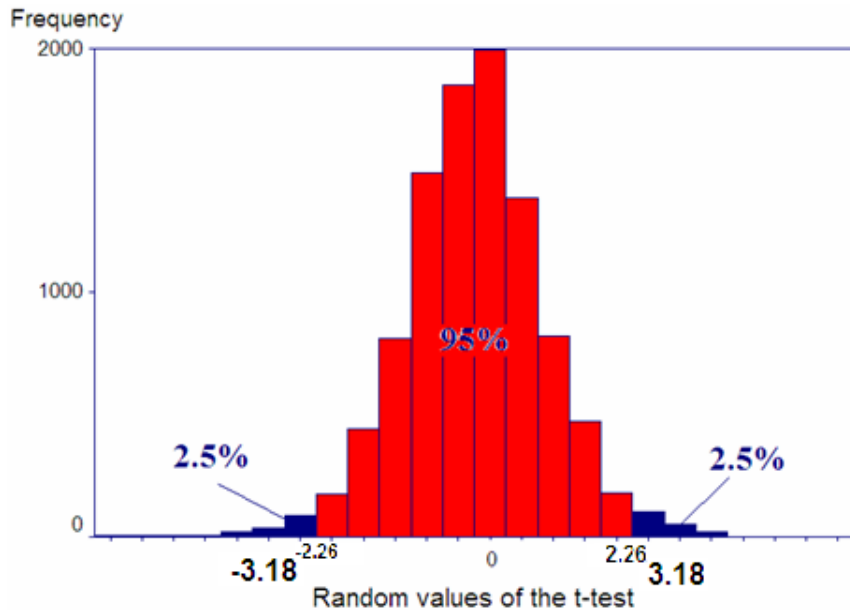
Η τιμή του t-test που βρήκαμε ($t=3.18$) είναι **μεγαλύτερη** από το **2.26** (το **5% σημείο της t-κατανομής** για **10-1=9 df**)

Δηλαδή, το **ποσοστό** της **t-κατανομής** (δηλ. των τυχαίων t-tests) που είναι **μεγαλύτερο** από **3.18** (ή μικρότερο από **-3.18**) είναι μικρότερο από 5% (P-value, **$P<0.05$**) (το **όριο** για να συμπεράνουμε **σημαντικότητα**)



Συγκεκριμένα το **ποσοστό** των **τυχαίων t-test** που είναι μεγαλύτερο από **3.18** (ή μικρότερο από **-3.18**) είναι **3%** (P-value, **P=0.03**) (το υπολογίζει το SPSS)

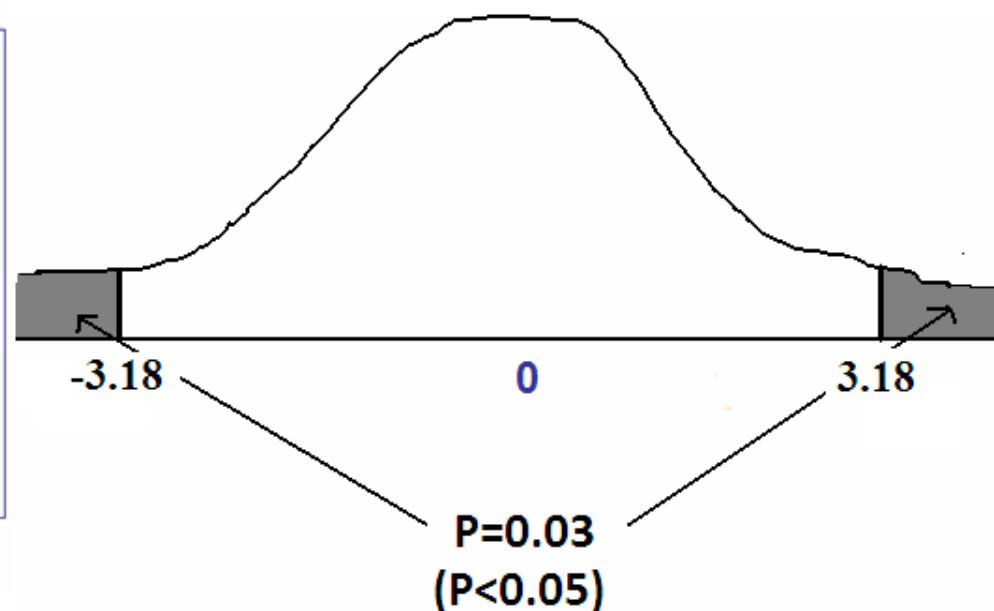
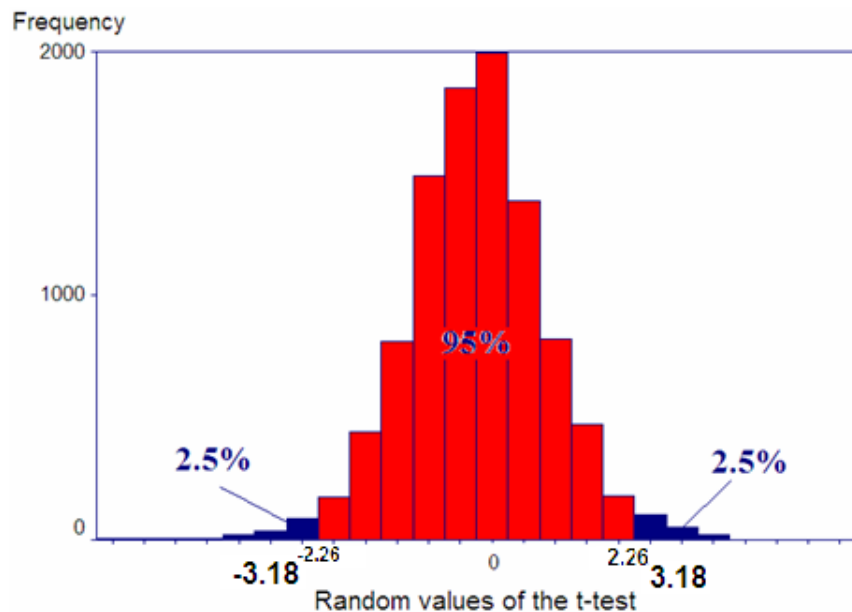
Το **P-value** λέγεται και **στάθμη σημαντικότητας** (**significant level**)



Οπότε, το **$t=3.18$** δεν είναι τυπική τιμή της κατανομής των τυχαίων t-tests επειδή είναι μεγαλύτερη από το 2.26 (το 5% σημείο της t-κατανομής που είναι το cut-off).

Συνεπώς, το **$t=3.18$** δεν είναι τυχαία τιμή (δηλ. είναι σημαντική, διαφορετική από το μηδέν) με μία πιθανότητα λάθους μικρότερη του 5% (**$P<0.05$**)

Δηλαδή, **μικρή πιθανότητα λάθους.**



Συνεπώς, η **μέση τιμή**, η μέση βελτίωση της SBP, (λαμβάνοντας υπόψη το σφάλμα της) είναι **σημαντική** (δηλ. διαφορετική από το 0) με **πιθανότητα λάθους $P < 0.05$ ($P = 0.03$)**.

Δηλαδή, το φάρμακο είναι **αποτελεσματικό ($P < 0.05$)**.

Το 5% σημείο της t-κατανομής ανάλογα με το μέγεθος της μελέτης δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

Table Percentage points of the t distribution.

<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>
1	12.71	13	2.16	25	2.06
2	4.30	14	2.14	26	2.06
3	3.18	15	2.13	27	2.05
4	2.78	16	2.12	28	2.05
5	2.57	17	2.11	29	2.04
6	2.45	18	2.10	30	2.04
7	2.36	19	2.09	40	2.02
8	2.31	20	2.09	60	2.00
9	2.26	21	2.08	120	1.98
10	2.23	22	2.07	∞	1.96
11	2.20	23	2.07		
12	2.18	24	2.06		

Εναλλακτικά, η τιμή $t=3.18$ είναι **μεγαλύτερη** από το **5% σημείο της t-κατανομής για $10-1=9$ βε** (που από τον πίνακα είναι **2.26**) και συνεπώς συμπεραίνουμε ότι η μέση τιμή είναι διαφορετική από το μηδέν με πιθανότητα λάθους $P<0.05$.

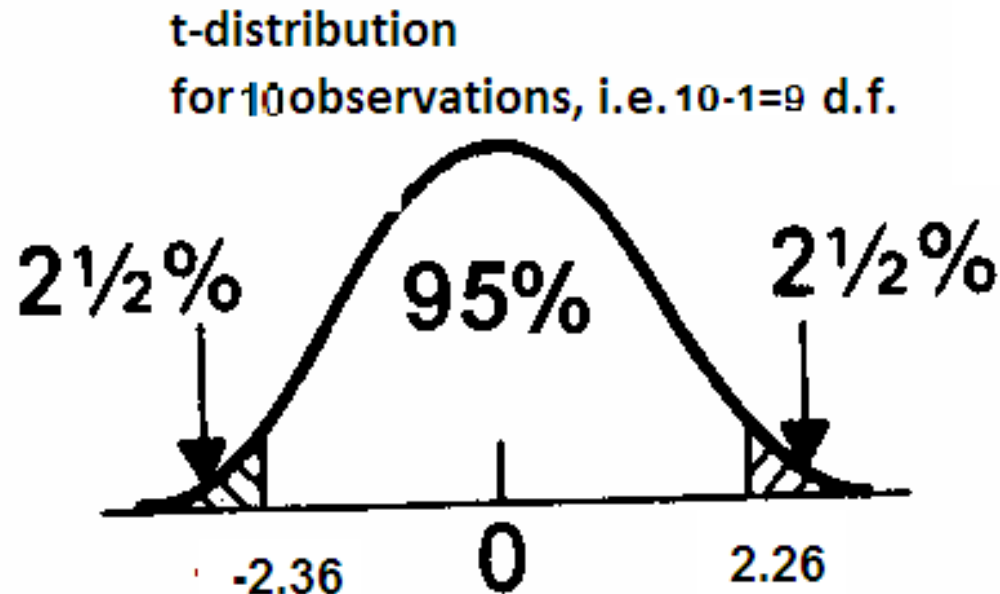
Οπότε το φάρμακο είναι αποτελεσματικό.

Διάστημα εμπιστοσύνης (δε) μέσης τιμής των διαφορών

Το 95% δ.ε. για την μέση τιμή των διαφορών δύο ομάδων με ζευγαρωτές παρατηρήσεις είναι:

$$(\text{average} - t^*SE, \text{average} + t^*SE)$$

t είναι το 5% σημείο της t -κατανομής για $n-1=10-1=9$ df, και είναι $t=2.26$ (see previous Table).



(average- t^*SE , average+ t^*SE)

Οπότε το 95% δ.ε. για της μέση τιμή των διαφορών είναι:

(1.78-2.26*0.56, 1.78+2.26*0.56) ή

(0.51, 3.05hrs)

Συνεπώς, υπάρχει 95% πιθανότητα η μέση τιμή των διαφοράς να βρίσκεται στο διάστημα αυτό.

Επειδή το 0 δεν συμπεριλαμβάνεται στο 95% δ.ε. συμπεραίνουμε ότι το πραγματικό φάρμακο είναι αποτελεσματικό και βελτιώνει την διάρκεια του ύπνου από μισή έως 3 ώρες.

Assessing the effectiveness of a single treatment

We are interested in investigating the effectiveness of a treatment A for treating hypertension (in particular SBP) using a cohort of 9 patients.

Thus, a trial was conducted and the SBP of each patient was measured at baseline and 3 months after receiving the treatment.

The data were as follows:

	SBP	
patient	baseline	3 months
1	160	135
2	157	126
3	153	165
4	165	122
5	155	162
6	160	122
7	165	116
8	170	136
9	157	168

Note that the data for each patient are appeared as a pair (baseline, 3 months)

		SBP		
	patient	baseline	3 months	improvement, X (baseline-3 months)
	1	160	135	25
	2	157	126	31
	3	153	165	-12
	4	165	122	43
	5	155	162	-7
	6	160	122	38
	7	165	116	49
	8	170	136	34
	9	157	168	-11
n				9
average (\bar{X})				21.11
standard deviation (SD or s)				24.34
standard error ($SE=\sqrt{s^2/n}$)				8.11

On average, the treatment improves SBP 21.11 units which is considerably greater than zero.

However, the sample size is small (n=9) and thus, the error of the mean is considered quite large (SE=8.11).

		SBP		
	patient	baseline	3 months	improvement, X (baseline-3 months)
	1	160	135	25
	2	157	126	31
	3	153	165	-12
	4	165	122	43
	5	155	162	-7
	6	160	122	38
	7	165	116	49
	8	170	136	34
	9	157	168	-11
n				9
average				21.11
standard deviation (SD or s)				24.34
standard error ($SE=\sqrt{s^2/n}$)				8.11

In order to examining the effectiveness of the drug, we have to answer the following question:

How confident we are that the average improvement (21.11) is significant, ie different from zero; alternatively, how confident we are that the improvement is not due to chance (i.e. not random)?

		SBP		
	patient	baseline	3 months	improvement, X (baseline-3 months)
	1	160	135	25
	2	157	126	31
	3	153	165	-12
	4	165	122	43
	5	155	162	-7
	6	160	122	38
	7	165	116	49
	8	170	136	34
	9	157	168	-11
n				9
average (\bar{x})				21.11
standard deviation (SD or s)				24.34
standard error ($SE=\sqrt{s^2/n}$)				8.11

In order to test whether the average improvement (21.11) is significant, we must consider the average in conjunction with the variability (standard deviation) and the size of the trial, i.e. the standard error.

	patient	SBP		
		baseline	3 months	improvement, X (baseline-3 months)
	1	160	135	25
	2	157	126	31
	3	153	165	-12
	4	165	122	43
	5	155	162	-7
	6	160	122	38
	7	165	116	49
	8	170	136	34
	9	157	168	-11
n				9
average (\bar{x})				21.11
standard deviation (SD or s)				24.34
standard error ($SE=\sqrt{s^2/n}$)				8.11

Then, we could test whether the average is significant using the t-test:

$$t = \frac{\bar{x}}{SE} = \frac{\text{average improvement}}{SE} = \frac{21.11}{8.11} = 2.60$$

If we take the difference (3 months – baseline) the sign is ignored.

		SBP		
	patient	baseline	3 months	improvement, X (baseline-3 months)
	1	160	135	25
	2	157	126	31
	3	153	165	-12
	4	165	122	43
	5	155	162	-7
	6	160	122	38
	7	165	116	49
	8	170	136	34
	9	157	168	-11
n				9
average (\bar{x})				21.11
standard deviation (SD or s)				24.34
standard error ($SE=\sqrt{s^2/n}$)				8.11

$$t = \frac{\bar{x}}{SE} = \frac{\text{average improvement}}{SE} = \frac{21.11}{8.11} = 2.60$$

Now, we have to answer the following question:

How confident we are that $t=2.60$ is significant (i.e. different from zero) or how confident we are that $t=2.60$ is not due to chance (ie not random)?

If $t=2.60$ is significant then, we conclude that the average improvement is significant (ie different from zero)

Το $t=2.60$ είναι μεγαλύτερο από το 2.31, το 5% σημείο της t -κατανομής για $9-1=8$ βε

Table Percentage points of the t distribution.

<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>
1	12.71	13	2.16	25	2.06
2	4.30	14	2.14	26	2.06
3	3.18	15	2.13	27	2.05
4	2.78	16	2.12	28	2.05
5	2.57	17	2.11	29	2.04
6	2.45	18	2.10	30	2.04
7	2.36	19	2.09	40	2.02
⑧	2.31	20	2.09	60	2.00
9	2.26	21	2.08	120	1.98
10	2.23	22	2.07	∞	1.96
11	2.20	23	2.07		
12	2.18	24	2.06		

Συνεπώς, η μέση τιμή, η μέση βελτίωση της SBP, (λαμβάνοντας υπόψη το σφάλμα της) είναι διαφορετική (μακριά) από το 0 με πιθανότητα λάθους $P < 0.05$

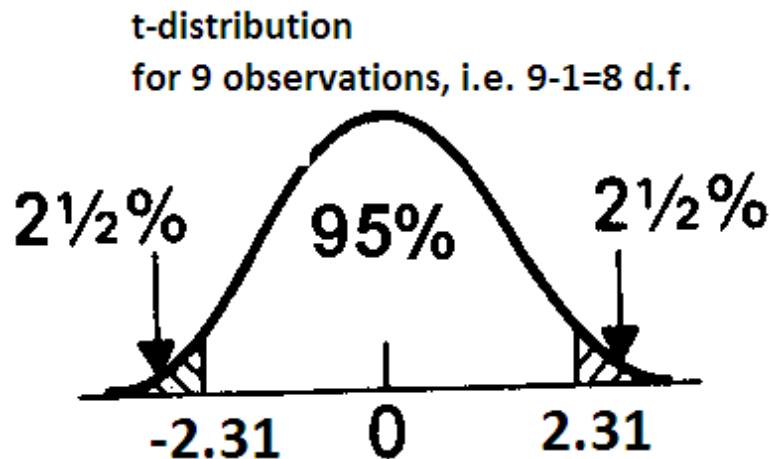
Δηλαδή, η μέση βελτίωση της SBP είναι σημαντική και συνεπώς συμπεραίνουμε ότι το φάρμακο είναι αποτελεσματικό με πιθανότητα λάθους $P < 0.05$

Διάστημα εμπιστοσύνης (δε) μέσης τιμής των διαφορών

Το 95% δ.ε. για την μέση τιμή των διαφορών δύο ομάδων (baseline-3 months) με ζευγαρωτές παρατηρήσεις είναι:

(average- t^*SE , average+ t^*SE)

t είναι το 5% σημείο της t -κατανομής για $n-1=9-1=8$ df, και είναι $t=2.31$ (see previous Table).



(average- t^*SE , average+ t^*SE)

Οπότε το 95% δ.ε. για της μέση τιμή των διαφορών είναι:

(21.11-2.31*8.11, 21.11+2.31*8.11) ή

(2.40, 39.8).

Συνεπώς, υπάρχει 95% πιθανότητα η μέση τιμή των διαφοράς να βρίσκεται στο διάστημα αυτό.

Επειδή το 0 δεν συμπεριλαμβάνεται στο 95% δ.ε. συμπεραίνουμε ότι το φάρμακο είναι αποτελεσματικό και βελτιώνει την SBP σημαντικά από 2 έως 40 μονάδες πίεσης.

ΑΣΚΗΣΗ

Αντιυπερτασικά φάρμακα

Σε μία μελέτη σύγκρισης αντιυπερτασικών φαρμάκων, δύο φάρμακα Φ_1 και Φ_2 δίνονται σε 5 ασθενείς σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και καταγράφεται η μείωση της συστολικής πίεσης σε κάθε ασθενή ύστερα από τη χορήγηση του φαρμάκου. Αν οι διαφορές στις μειώσεις των πιέσεων για τα δύο φάρμακα έχουν $\bar{x} = 3.6$ και $s^2 = 31.3$ να ελεγχθεί με στάθμη σημαντικότητας 5% αν η διαφορά μεταξύ των φαρμάκων Φ_1 και Φ_2 είναι στατιστικά σημαντική.

Ελέγχουμε αν τα φάρμακα αν διαφέρει η αποτελεσματικότητα των δύο φαρμάκων με το t-test:

t=(μέση τιμή των διαφορών των δύο δειγμάτων) / (τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής)
ή

$t = \bar{x} / s.e.(\bar{x})$, όπου $s.e.(\bar{x})=s/\sqrt{n}$.

$$\bar{x} = 3.6, \quad s^2 = 31.3, \quad s = 5.6, \quad s.e.(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.5$$

$$t = \frac{3.6}{2.5} = 1.44$$

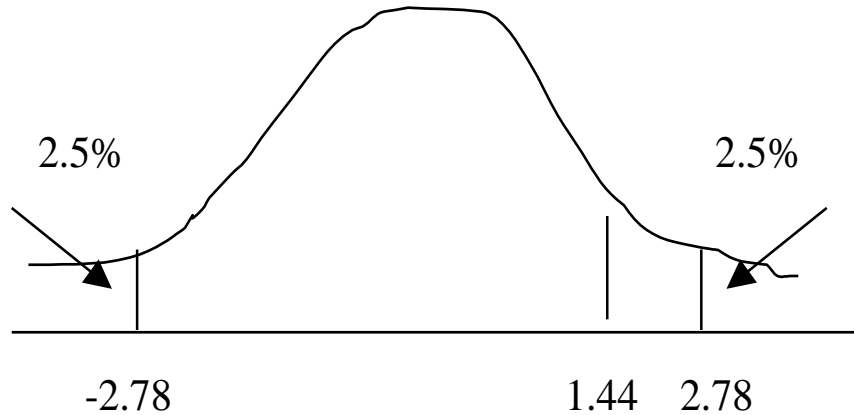
Αν η διαφορά είναι πράγματι 0 τότε η ποσότητα $t = \bar{x} / (s/\sqrt{n})$ είναι μια τυπική τιμή της t-κατανομής με $(n-1)$ β.ε., δηλ. είναι μία τυχαία τιμή.

Το 5% σημείο της t -κατανομής ανάλογα με το μέγεθος της μελέτης δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

Table Percentage points of the t distribution.

<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>
1	12.71	13	2.16	25	2.06
2	4.30	14	2.14	26	2.06
3	3.18	15	2.13	27	2.05
4	2.78	16	2.12	28	2.05
5	2.57	17	2.11	29	2.04
6	2.45	18	2.10	30	2.04
7	2.36	19	2.09	40	2.02
8	2.31	20	2.09	60	2.00
9	2.26	21	2.08	120	1.98
10	2.23	22	2.07	∞	1.96
11	2.20	23	2.07		
12	2.18	24	2.06		

Η τιμή της t-κατανομής για $5-1=4$ β.ε. με στάθμη σημαντικότητας 5% είναι 2.78.



Οπότε $t=1.44$ είναι μικρότερο από 2.78 συνεπώς το τεστ δεν είναι στατιστικά σημαντικό σε στάθμη σημαντικότητας 5%, δηλαδή τα δύο φάρμακα είναι εξίσου αποτελεσματικά ($P>0.05$).

ΑΣΚΗΣΗ

Από οκτώ διαβητικούς ασθενείς μετρήθηκαν τα επίπεδα γλυκόζης στο αίμα (mmol/l) πριν και μετά την χορήγηση 100g γλυκόζης από το στόμα, τα αποτελέσματα ήταν:

Ασθενής	Πριν	μετά
1	4.67	5.44
2	4.97	10.11
3	5.11	8.49
4	5.17	6.61
5	5.33	10.67
6	6.22	5.67
7	6.50	5.78

Υπάρχει διαφορά στα επίπεδα γλυκόζης στο αίμα πριν και μετά τη χορήγηση των 100g γλυκόζης από το στόμα?

Table Percentage points of the *t* distribution.

<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>	<u>d.f. (=n-1)</u>	<u>P=0.05</u>
1	12.71	13	2.16	25	2.06
2	4.30	14	2.14	26	2.06
3	3.18	15	2.13	27	2.05
4	2.78	16	2.12	28	2.05
5	2.57	17	2.11	29	2.04
6	2.45	18	2.10	30	2.04
7	2.36	19	2.09	40	2.02
⑧	②.31	20	2.09	60	2.00
9	2.26	21	2.08	120	1.98
10	2.23	22	2.07	∞	1.96
11	2.20	23	2.07		
12	2.18	24	2.06		

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Before - After	-2.11429	2.53494	.95812	-4.45872	.23014	-2.207	6	.069

ΑΣΚΗΣΗ

Υγειονομικός έλεγχος γάλακτος

Για να προσδιοριστεί αν μία επεξεργασία θερμότητας είναι αποτελεσματική, στο να αλλάζει τον αριθμό των βακτηριδίων του γάλακτος, λαμβάνονται 10 δείγματα γάλακτος και για κάθε δείγμα γίνεται μικροσκοπική καταμέτρηση των βακτηριδίων πριν και μετά την επεξεργασία. Τα δεδομένα είναι οι λογάριθμοι των αριθμών των βακτηριδίων.

Λογάριθμοι αριθμών βακτηριδίων

Δείγμα	Πριν την επεξεργασία	Μετά την επεξεργασία	Διαφορά
1	6.88	6.85	0.03
2	7.05	6.84	0.21
3	8.24	7.07	1.17
4	5.20	5.05	0.15
5	6.15	6.18	-0.02
6	6.67	6.71	-0.04
7	7.01	6.49	0.52
8	5.46	5.24	0.22
9	5.87	5.88	-0.01
10	6.54	6.41	0.13

Με τα παραπάνω δεδομένα και με στάθμη σημαντικότητας 5%, να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα αυτής της επεξεργασίας.